

Варіант 1

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u, v, \sin u, v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = (\cos u, 0, \sin u, 0),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 0, -1).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 2

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, u, v)$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos v, \sin v, -1, 0),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}(\sin v, -\cos v, 0, u).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 3

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u \cos v, u \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\operatorname{ch} v}(\cos v, \sin v, -\operatorname{sh} u \cos v, -\operatorname{sh} u \sin v),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ch}^2 v}}(\sin v, -\cos v, -\operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 4

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, \operatorname{sh} u \cos v, \operatorname{sh} u \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 u + \sin^2 u}} (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, \sin u \cos v, \sin u \sin v),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 u + \cos^2 u}} (-\operatorname{sh} u \sin v, \operatorname{sh} u \cos v, \cos u \sin v, -\cos u \cos v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 5

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u, \cos v, \sin u, \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = (\cos u, 0, \sin u, 0),$$

$$n_2 = (0, \cos v, 0, \sin v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 6

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (u \cos v, u \sin v, \cos u, \cos v)$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 u}} (\sin u \cos v, \sin u \sin v, 1, 0),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{u^2 + \sin^2 v}} (-\sin^2 v, \sin v \cos v, 0, u).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 7

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, \cos u, \cos v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 u + \operatorname{sh}^2 u}} (\sin u \cos v, \sin u \sin v, \operatorname{sh} u, 0),$$
$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 u + \sin^2 v}} (-\sin^2 v, \sin v \cos v, 0, \operatorname{ch} u).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 8

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, u \cos v, u \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 u}} (\cos v, \sin v, \sin u \cos v, \sin u \sin v),$$
$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{u^2 + \cos^2 u}} (-u \sin v, u \cos v, \cos u \sin v, -\cos u \cos v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 9

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u, \operatorname{ch} v, \sin u, \operatorname{sh} v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = (\cos u, 0, \sin u, 0),$$
$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 v + \operatorname{ch}^2 v}} (0, -\operatorname{ch} v, 0, \operatorname{sh} v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 10

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, u, v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ch}^2 u}} (\sin v, -\cos v, 0, \operatorname{ch} u),$$

$$n_2 = \frac{1}{\operatorname{ch} u} (\cos v, \sin v, -\operatorname{sh} u, 0).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 11

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\sin u \cos v, \sin u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 u + \cos^2 u}} (\operatorname{sh} u \cos v, \operatorname{sh} u \sin v, -\cos u \cos v, -\cos u \sin v),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 u + \sin^2 u}} (-\operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{ch} u \cos v, \sin u \sin v, -\sin u \cos v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 12

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u, e^v, \sin u, e^{-v}).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = (\cos u, 0, \sin u, 0),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{2 \operatorname{ch} 2v}} (0, e^{-v}, 0, e^v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 13

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (e^u \cos v, e^u \sin v, u, v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{2u}}}(\sin v, -\cos v, 0, e^u),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{2u}}}(\cos v, \sin v, -e^u, 0).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 14

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, \operatorname{sh} u \cos v, \operatorname{sh} u \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 u + \operatorname{ch}^2 u}}(\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, -\operatorname{sh} u \cos v, -\operatorname{sh} u \sin v),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 u + \operatorname{ch}^2 u}}(-\operatorname{sh} u \sin v, \operatorname{sh} u \cos v, \operatorname{ch} u \sin v, -\operatorname{ch} u \cos v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 15

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (e^u \cos v, e^u \sin v, \cos u, \cos v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 u + e^{2u}}}(\sin u \cos v, \sin u \sin v, e^u, 0),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 v + e^{2u}}}(-\sin^2 v, \sin v \cos v, 0, e^u).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 16

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (e^u \cos v, e^u \sin v, e^{-u} \cos v, e^{-u} \sin v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{2 \operatorname{ch} 2u}} (e^{-u} \cos v, e^{-u} \sin v, e^u \cos v, e^u \sin v),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{2 \operatorname{ch} 2u}} (-e^{-u} \sin v, e^{-u} \cos v, e^u \sin v, -e^u \cos v).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 17

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, u, v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 u}} (\sin v, -\cos v, 0, \cos u),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \sin^2 u}} (\cos v, \sin v, \sin u, 0).$$

- Знайти координати векторного поля середньої кривини.

Варіант 18

Дана поверхня у чотиривимірному евклідовому просторі, що параметризована змінними (u, v) :

$$r(u, v) = (\cos u \cos v, \cos u \sin v, \operatorname{ch} u, \operatorname{ch} v).$$

- Обчислити диференціал відображення r і показати, що поверхня є зануреною.
- Знайти коефіцієнти першої фундаментальної форми поверхні.
- Перевірити, що наступні поля утворюють ортонормований базис нормальних векторних полів, та знайти коефіцієнти другої фундаментальної форми відносно нього:

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 u + \operatorname{sh}^2 u}} (\operatorname{sh} u \cos v, \operatorname{sh} u \sin v, \sin u, 0),$$

$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 u + \operatorname{sh}^2 v}} (\operatorname{sh} v \sin v, -\operatorname{sh} v \cos v, 0, \cos u).$$

- Знайти векторне поле середньої кривини.