

Питання до колоквіуму з топології

2019/20, зима

1. Топологія та топологічний простір. Околи. Приклади. Опис стандартної топології на прямій. Порівняння топологій. Замкнені множини і їхні властивості.
2. База топології. База у точці та аксіоми зліченності. Покриття та теорема Ліндельофа. Критерій бази. Передбаза та критерій передбази. Приклади.
3. Метричний простір. Ізометрії та біліпшицева еквівалентність метрик. Приклади. Кулі та сфери. Метрична топологія. Стандартна топологія на евклідовому просторі.
4. Прообраз топології та індукована топологія. Бази індукованої топології. Приклади. Топологія сфери. Класифікація точок множини. Властивості внутрішності, замикання, межі. Приклади. Всюди щільні підмножини і сепарабельність.
5. Неперервні відображення і їхні властивості. Неперервність у точці. Неперервність і бази. Границя послідовності. Критерії неперервності відображення і замкненості множини у термінах границь.
6. Гомеоморфність. Відкриті та замкнені відображення. Топологічні інваріанти. Приклади. Фактортопологія. Фактортопологія, що породжена відношенням еквівалентності. Приклади. Склеювання та букети.
7. Дія групи на множині та її властивості. Фактортопологія на просторі орбіт. Приклади. Тори та проєктивні простори.
8. Побудова топології прямого добутку топологічних просторів і її властивості. Проекції та їхні властивості. Приклади.
9. Аксіоми відділимості та зв'язок між ними. Єдиність границі у хаусдорфовому просторі. Критерії регулярності та нормальності. Наслідуваність аксіом відділимості.
10. Нормальність метричних просторів. Нормальність регулярного простору зі зліченною базою. Лема Урисона.
11. Рівномірно збіжні послідовності та ряди. Теорема Тітце про продовження. Вкладення. Теореми Урисона про вкладення і метризацію.
12. Компактні топологічні простори і підмножини. Приклади. Топологічна інваріантність компактності. Компактність, замкненість і хаусдорфовість. Локальна компактність. Компактність прямого добутку.
13. Властивість нескінченної підмножини компактного простору. Секвенціальна компактність і її зв'язок з компактністю. Обмежені множини. Обмеженість компактної множини. Критерій компактності підмножин евклідового простору. Теорема Вейерштрасса. Лема Лебега.

- 14.Зв'язні топологічні простори і підмножини. Відкритозамкнені підмножини. Приклади. Зв'язність об'єднання зв'язних підмножин. Опис зв'язних підмножин прямої. Достатні умови зв'язності.
- 15.Топологічна інваріантність зв'язності. Зв'язність прямого добутку. Неперервні функції на зв'язному просторі. Теорема Больцано та її наслідки. Одновимірна теорема Брауера про нерухому точку. Зв'язні компоненти та їхні властивості. Приклади.
- 16.Шляхи. Добуток шляхів. Лінійно зв'язні топологічні простори і підмножини. Приклади. Лінійна зв'язність об'єднання лінійно зв'язних підмножин. Топологічна інваріантність лінійної зв'язності. Лінійна зв'язність прямого добутку.
- 17.Зв'язність лінійно зв'язного простору. Приклад зв'язного лінійно незв'язного простору. Локальна зв'язність і локальна лінійна зв'язність. Лінійна зв'язність областей локально лінійно зв'язного простору. Компоненти лінійної зв'язності та їхні властивості. Приклади.