1. Пусть A – некоторое множество многочленов от t, степени которых не превышают n, и пусть в A содержится по крайней мере один ненулевой многочлен каждой из степеней от 0 до n. Чему будет равна линейная оболочка A?

2. Показать, что если для двух подпространств W_1 и W_2 некоторого векторного пространства V $\dim W_1 + \dim W_2 = \dim V$ и $W_1 \cap W_2 = 0$, то любой элемент $a \in V$ однозначно представляется в виде суммы $b + c$, где $b \in W_1$, $c \in W_2$ (в этом случае V называется прямой суммой W_1 и W_2). Остается ли это утверждение верным для большего числа подпространств, если требовать равенства нулю всех попарных пересечений? Если нет, то какими условиями можно заменить это требование?

3. Сколько различных прямых содержится в n-мерном аффинном пространстве над полем из q элементов?

4. Показать, что аффинные подпространства B и C одинаковой размерности параллельны тогда и только тогда, когда существует ненулевой вектор a такой, что $B + a = C$ и что любые два вектора с таким свойством отличаются на вектор из общего направляющего подпространства B и C.

5. Пусть (B_1, W_1), ..., (B_m, W_m) – гиперплоскости в n-мерном аффинном пространстве, $m \leqslant n$.

   - При каком необходимом и достаточном условии на определяющие W_1, ..., W_m линейные функционалы эти векторные подпространства пересекаются по $(n - m)$-мерному подпространству?
   - Записать условие предыдущего пункта с помощью коэффициентов общих уравнений гиперплоскостей.
   - Что можно сказать о пересечении $B_1 \cap \cdots \cap B_m$ при выполнении данного условия?