



1. Выше изображена схема простого робота, оперирующего в плоскости. Числа  $a_1$  и  $a_2$  (длины звеньев) считаем константами, а углы  $\theta_1, \theta_2 \in [0, 2\pi]$  – изменяемыми параметрами. Пусть  $a_1 > a_2$ .
  - Выразить координаты  $x_0$  и  $y_0$  через  $x_2$  и  $y_2$ .
  - Найти множество  $U$  точек плоскости, в которые можно поместить конечную точку (манипулятор) робота.
  - Для каждой точки  $U$  найти соответствующие значения параметров  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (выразить через координаты  $x_0, y_0$  точки).
  - Какие дополнительные ограничения на  $\theta_1$  и  $\theta_2$  можно ввести, чтобы они определялись точкой однозначно (т.е. чтобы их можно было использовать как координаты на  $U$ )?
2. Выразить площадь сферического треугольника через величины  $\alpha, \beta, \gamma$  его внутренних углов, пользуясь тем, что площадь сферы равна  $4\pi$ . При этом можно пользоваться естественными свойствами площадей фигур на сфере: например, площадь объединения сферических многоугольников, пересекающихся только по сторонам, равна сумме их площадей; площадь сферического многоугольника сохраняется при действии на него изометрией трехмерного пространства, содержащего сферу.
  - Две сферические прямые (большие окружности), пересекаясь под углом  $\alpha \in (0, \pi)$ , делят сферу на 4 сферических двуугольника. Каковы их площади?
  - Найти площадь треугольника, представив его как пересечение трех двуугольников.