Вопросы зачета по курсу топологии (2018)

**Лектор - доц. Ямпольский А.Л.**

* Метрическое пространство и его топология
* Определение и примеры топологических пространств: тривиальная топология, дискретная топология, топология полубесконечных интервалов, связное двоеточие, топология Зарисского.
* Открытые и замкнутые подмножества топологического пространства. Примеры.
* Сравнение топологий. Пример сравнения метрической топологии с топологиями полубесконечных интервалов и топологии Зарисского.
* Структура открытого множества на прямой с метрической (стандартной) топологией.
* База топологии. Примеры баз. Теорема о задании топологии базой.
* Окрестность, открытая окрестность точки. Критерий открытости множества в терминах окрестностей
* Аксиомы счетности. Теорема Линделефа.
* Типы точек подмножества в топологическом пространстве: внутренние, граничные, точки прикосновения, предельные, изолированные.
* Замыкание множества и свойства операции замыкания.
* Внутренность множества и ее свойства \*
* Всюду плотные и нигде не плотные подмножества. Сепарабельные топологические пространства. Достаточное условие сепарабельности. Критерий сепарабельности метрического пространства.
* Последовательность и ее сходимость в топологическом пространстве. Зависимостьь от топологии.
* Аксиомы отделимости. Аксиома Хаусдорфа.
* Отображения: сюръективное, инъективное, биективное. Полный прообраз множества при отображении. Свойства полного прообраза по отношению операций объединения, пересечения и дополнения.
* Непрерывные отображения топологических пространств. Непрерывность композиции.
* Гомеоморфизм. Понятие топологического инварианта. Примеры гомеоморфных пространств и топологических инвариантов.
* Задание топологий при помощи отображений: прообраз топологии, фактор-топология. Подпространство и фактор-пространство топологического пространства. Непрерывность ограничения непрерывного отображения на подпространство.
* Зависимость непрерывности от выбора топологии. Пример «ступенька».
* Цилиндр, тор, лента Мебиуса, проективная плоскость и бутылка Клейна как фактор-пространства квадрата.
* Топологическая сумма, склейка и топологическое произведение топологических пространств.
* Открытые и замкнутые отображения. Критерий замкнутости отображения. Функция Дирихле. Критерий гомеоморфизма.
* Компактные топологические пространства. Примеры с топологией Зарисского. Компактность фактор-пространства.
* Компактность произведения компактных топологических пространств.
* Компактность и предельные точки подмножества. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
* Компактность и замкнутость подмножеств в топологическом пространстве.
* Компактные подмножества Rn.
* Связные топологические пространства. Связность отрезка. Зависимость связности от топологии: пример на прямой с топологией полубесконечных интервалов и топологии Зоргенфрея.
* Связность объединения связных пространств. Связность интервала
* Критерий связности в терминах связных подмножеств.
* Связность произведения связных пространств.
* Компоненты связности связные компоненты топологического пространства. Понятие разбивающего множества. Применение.
* Теорема Вейерштрасса, теорема о промежуточном значении, теорема Брауэра о неподвижной точке.
* Линейно связные топологические пространства. Пример «блоха и гребенка».
* Линейная связность объединения линейно связных пространств. Умножение путей.
* Кривая Пеано.
* Линейная связность области в Rn
* Определение и примеры многообразий. Атлас.
* Гладкие многообразия. Примеры.
* Топологическое вложение и погружение. Примеры.
* Триангуляция многообразия. Теорема Радо.
* Понятие ориентации многообразия. Ориентация как топологический инвариант.
* Эйлерова характеристика многообразия и ее вычисление через клеточное разбиение.
* Классификационная теорема для двумерных связных компактных замкнутых многообразий.