

1 Підстановки.

1.1 Визначити кількість інверсій в підстановках.

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.
2. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.
3. $(1, 2, 3, 4, \dots, n, n+1, n+2, n+3, n+4, \dots, 2n)$.
4. $(2, 4, 6, 8, \dots, 2n, 1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1)$.

Встановити кількість інверсій, при яких n вона парна та непарна.

5. $(2, 4, 6, 8, \dots, 2n, 1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1)$.
6. $(2, 5, 8, \dots, 3n-1, 3, 6, 9, \dots, 3n, 1, 4, 7, 3n-2)$.

Записати підстановки у вигляді добутку незалежних циклів. Встановити по декременту парність підстановки.

7. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
8. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 1 & 3 & 6 & 5 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.
9. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 1 \end{pmatrix}$.
10. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
11. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 2n-1 & 2n \\ 2 & 1 & 4 & 3 & \dots & 2n & 2n-1 \end{pmatrix}$.
12. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 2n-2 & 2n-1 & 2n \\ 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 2n & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
13. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & \dots & 3n-1 & 3n & 3n-2 \end{pmatrix}$.

Перейти від запису циклів до підстановок:

14. $(1\ 5)(2\ 3\ 4)$.
15. $(7\ 5\ 3\ 1)(2\ 4\ 6)(8)(9)$.
16. $(3\ 2\ 1)(6\ 5\ 4)\dots(3n\ 3n-1\ 3n-2)$.

Перемножити підстановки:

17. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
18. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$.

19. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}^2$.

20. Знайти всі підстановки чисел $1, 2, 3, 4$, переставні з підстановкою: $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

21. Знайти всі підстановки чисел $1, 2, 3, 4, 5$, переставні з підстановкою: $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

22. Знайти A^{100} , якщо $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 7 & 10 & 2 & 6 & 9 & 8 \end{pmatrix}$.

23. Знайти A^{150} , якщо $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 9 & 7 & 1 & 10 & 8 & 2 \end{pmatrix}$.

24. Знайти підстановку X якщо $AXB = C$, де $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 2 & 7 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 3 & 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

2 Відповіді.

2.1 Підстановки.

1. 8.

2. 18.

3. $\frac{n(n-1)}{2}$.

4. $\frac{n(n+1)}{2}$.

5. $\frac{3n(n-1)}{2}$.

6. $\frac{n(3n+1)}{2}$..